

Observer and contextuality in quantum theory

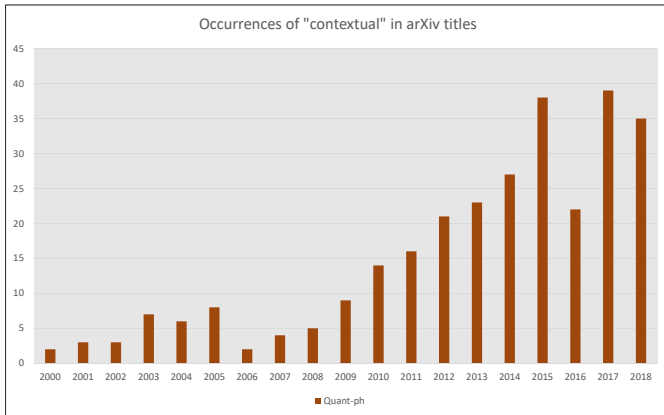
Alexei Grinbaum

CEA-Saclay/LARSIM

Where does quantum strangeness come from ?

Non-classical feature	Example of author
Uncertainty	W. Heisenberg
Complementarity	N. Bohr
Quantum superposition	E. Schrödinger
Entanglement and non-locality	J. Bell
Quantum contextuality	E. Specker and S. Kochen
Tensor product structure	B. Coecke and A. Kissinger
Amount of non-locality	J. Bub
Cloning and teleportation	A. Zeilinger
Quantum discord	V. Vedral
Quantum randomness	N. Gisin
Cryptographic protocols	V. Scarani
Time and postselection paradoxes	Y. Aharonov and D. Rohrlich
Weak measurements	L. Vaidman and A. Elitzur
Indefinite causal order	C. Brukner
Generalized contextuality	A. Acin, R. Spekkens, A. Cabello

The Rise of Contextuality



Non-contextualité des probabilités Les probabilités ne dépendent pas du contexte de la mesure, en vertu du théorème de Gleason.

Contextualité des valeurs Les valeurs d'une observable dépendent du contexte de la mesure, en vertu du théorème de Kochen-Specker.

Théorème de Kochen-Specker

Déterminisme des valeurs La valeur d'une observable est bien définie indépendamment de sa mesure (mais elle peut rester inconnue).

Non-contextualité des mesures La valeur assignée à un projecteur ne dépend pas de la base dans laquelle celui-ci est considéré (du *contexte* de la mesure).

Déterminisme des valeurs }
 Non-contextualité des mesures } Contradiction logique.

S. Kochen and E.P. Specker, The problem of hidden variables in quantum mechanics, *Journal of Mathematics and Mechanics* 17, 59–87 (1967).

Gonseth et Specker

Entre 1942 et 1945, Specker assiste aux cours de Gonseth, Hopf et Bernays, qu'il considère comme ses professeurs.

Entre 1945 et 1948, il participe au séminaire sur les fondements de la théorie quantique avec Gonseth et Pauli.

En 1960, il publie à l'incitation de Gonseth un article dans *Dialectica*, revue dont celui-ci est co-directeur. Les résultats datent de 1955 environ.

En 1961, Specker présente son article dans un cours à l'université Cornell, au moment de sa rencontre avec Kochen.

En 1967, le théorème de Kochen-Specker est publié.

La parabole de Specker

À l'école assyrienne des prophètes enseignait un voyant. Sa fille ayant à peine atteint l'âge de se marier, il croulait sous les requêtes des jeunes élèves pour l'épouser. Et bien qu'il fût conscient qu'il ne pourrait pas rester indéfiniment à ses côtés, il hésitait encore de la laisser partir. Afin que les prétendants puissent se convaincre de leur indignité, il leur promet qu'elle serait mariée à celui qui résoudreait une énigme.

E. P. Specker. Die Logik nicht gleichzeitig entscheidbarer Aussagen. *Dialectica* 14, 239–246 (1960).

La parabole de Specker

Chaque prétendant fut amené devant une table sur laquelle étaient disposées trois boîtes. On demanda alors aux prétendants de prédire quelles boîtes contenaient une gemme, et quelles boîtes étaient vides.

Mais peu importe le nombre de leurs tentatives, il semblait impossible de mener à bien cette tâche.

Après que chaque prétendant ait donné sa prédiction, il était invité à ouvrir la paire de boîtes qu'il avait désignées comme étant toutes les deux vides (dans le cas où le prétendant avait prédit qu'il n'y avait qu'une seule gemme) ou la paire de boîtes qu'il avait désigné comme étant toutes les deux pleines (dans le cas où le prétendant avait prédit qu'il y avait deux gemmes). Dans chaque cas, il se trouva qu'une boîte contenait une gemme et que l'autre n'en contenait pas.

La parabole de Specker

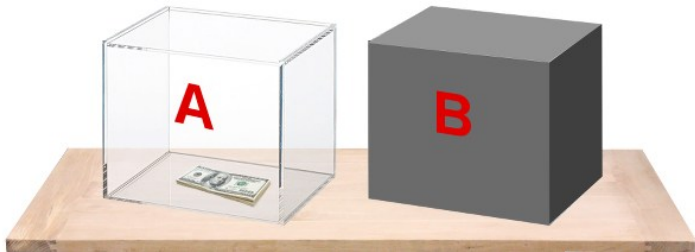
La fille serait restée célibataire jusqu'à la mort de son père si, après la prédiction d'un prétendant qu'elle aimait, elle n'ouvrit rapidement deux boîtes elle-même, une qu'il avait indiquée comme étant vide et l'autre qu'il avait prédite pleine. La prédiction, pour ces deux boîtes, se trouva être correcte ! Après la faible protestation de son père qui aurait voulu qu'un autre couple de boîtes fût ouvert, elle essaya de regarder ce que contenait la troisième boîte, ce qui s'avéra impossible.

La fille et le prétendant se marièrent et menèrent une vie de bonheur.

Interprétations de la contextualité quantique

- La non-transitivité de l'implication logique (Kochen, Hardy).
 $1_1 \Rightarrow 0_2$, $0_2 \Rightarrow 1_3$ and $1_1 \Rightarrow 0_3$ entrent en contradiction.
- La mesurabilité simultanée par paire, sans la mesurabilité globale (Cabello).
- Une famille de données peut être localement cohérente mais globalement incohérente (Abramsky).
- Unperformed experiments have no results (Peres).
- Les « faits » contrefactuels ou futurs ne sont pas compatibles avec la mécanique quantique (Specker).
- Dieu n'est pas omniscient dans tous les mondes possibles.

Le paradoxe de Newcomb



Prendre :

- seulement la boîte opaque, ou
- les deux boîtes.

Mermin-Peres magic square

Pour deux qubits, $\dim H = 4$.

$A = \sigma_z \otimes \hat{I}$	$B = \hat{I} \otimes \sigma_z$	$C = \sigma_z \otimes \sigma_z$
$a = \hat{I} \otimes \sigma_x$	$b = \sigma_x \otimes \hat{I}$	$c = \sigma_x \otimes \sigma_x$
$\alpha = \sigma_z \otimes \sigma_x$	$\beta = \sigma_x \otimes \sigma_z$	$\gamma = \sigma_y \otimes \sigma_y$

$$ABC = abc = \alpha\beta\gamma = \hat{I}$$

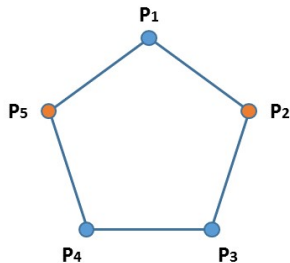
$$Aa\alpha = Bb\beta = \hat{I}, Cc\gamma = -\hat{I}$$

Caractéristique	Non-localité	Contextualité
Valable pour un système multipartite	Oui	Oui
Valable pour un système unique	Non	Oui
Indépendant de l'état du système	Non	Oui
Dimension minimale de l'espace de Hilbert	2	3
Indépendant du modèle	Oui	Non ?

AG à partir de H. Dourdent, arXiv:1801.09768

Inégalité de Klyachko

Dans l'espace de Hilbert de dimension 3, on choisit parmi 5 observables binaires.

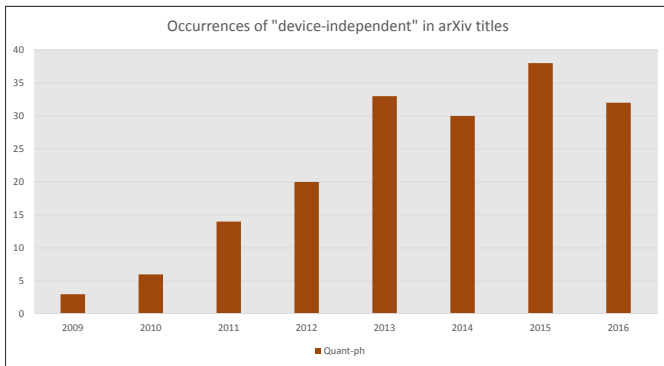


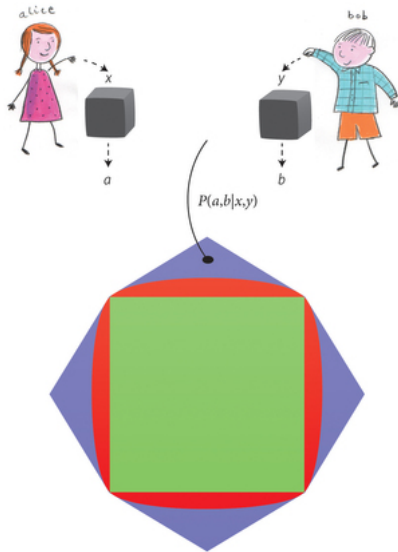
Borne classique : 2. Borne quantique : $\sqrt{5}$.

A. Klyachko, arXiv:quant-ph/0206012

A. Klyachko et al., *Phys. Rev. Lett.* 101, 020403 (2008)

Device-independent physics





S. Popescu and D. Rohrlich, *Found. Phys.* 24, 379 (1994)
S. Popescu, *Nature Phys.* 10, 264 (2014)

PR boxes

	Classical	Quantum	PR Boxes
CHSH max value	2	$2\sqrt{2}$	4

PR box takes two inputs $x, y \in \{0, 1\}$ and produces two outputs $a, b \in \{0, 1\}$ according to the joint distribution

$$P(ab|xy) = \begin{cases} 1/2 : & a + b = xy \pmod{2} \\ 0 : & \text{otherwise.} \end{cases}$$

Correlators : $E_{xy} = P(a = b|xy) - P(a \neq b|xy)$

CHSH : $CHSH = |E_{00} + E_{10} + E_{01} - E_{11}|$

No signalling : $P(a|x, y) = P(a|x)$ and $P(b|x, y) = P(b|y)$

S. Popescu and D. Rohrlich, *Found. Phys.* 24, 379 (1994)

Principles for quantum correlations

Linden et al., 2007 Non-local computation.

Pawłowski et al., 2009 Information causality for non-locality.

Masanes and Müller, 2011 Macroscopic locality for non-locality.

Cabello, 2013 Exclusivity for contextuality.

Physical but unknown

Processes inside the box are :

- "of unspecified character"
- "of unknown nature"

A box captures unknown processes connecting inputs and outputs. They are assumed to be **physical** but not described by any known physical theory.

Lang, Vértesi and Navascués, 2014 :

For Alice (respectively for Bob), an experiment is a process or black box to which she feeds an input x from the alphabet \mathcal{X} and from which she receives an output a from the alphabet \mathcal{A} . Alphabets $\mathcal{X}, \mathcal{Y}, \mathcal{A}, \mathcal{B}$ are of finite cardinality.

A theory of languages. AG, *Studies in the History and Philosophy of Modern Physics* 58 (2017) 22-30.

Claude Shannon No semantics.

Hugh Everett Observers possess memory, i.e. “parts... whose states are in correspondence with past experience of the observers” .

John Wheeler The propositions are not propositions about anything. They are the abstract building blocks, or “pregeometry,” out of which “reality” is conceived as being built.

Thom sur Gonseth

Dire que le langage lui-même est un « référentiel » nécessite une extension considérable du sens du vocable.

Gonseth sur le langage [RMU, p. 19]

L'analogie entre le cas du langage et celui du référentiel saute aux yeux . . .

Par quel miracle l'univers de médiation que devrait être un référentiel pourrait-il s'imposer à l'esprit ? Et par quel double miracle un langage approprié pourrait-il se proposer pour s'en faire l'agent énonciateur ? Le miracle s'efface par un infléchissement approprié du langage . . .

Ne me suis-je pas trop avancé ? . . . Je n'ignore pas les objections, fondées dans une vision périmée de la fonction du langage, et tout spécialement de la façon dont le sens vient aux mots. J'ai déjà tenté maintes fois de les écarter. Elles persistent cependant, parce qu'elles sont nourries par l'idéal d'un langage porteur d'une stratégie de fondement. Elles persisteront — tout porte à le craindre — tant que cet idéal fera partie d'un certain référentiel traditionnel qui demande à être remis à jour.